中华人民共和国国家标准

物理科学和技术中使用的数学符号

GB 3102.11—93

代替 GB 3102.11—86

Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology

引言

本标准参照采用国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》。

本标准是目前已经制定的有关量和单位的一系列国家标准之一,这一系列国家标准是:

GB 3100 国际单位制及其应用;

GB 3101 有关量、单位和符号的一般原则;

GB 3102.1 空间和时间的量和单位;

GB 3102.2 周期及其有关现象的量和单位;

GB 3102.3 力学的量和单位;

GB 3102.4 热学的量和单位;

GB 3102.5 电学和磁学的量和单位;

GB 3102.6 光及有关电磁辐射的量和单位;

GB 3102.7 声学的量和单位;

GB 3102.8 物理化学和分子物理学的量和单位;

GB 3102.9 原子物理学和核物理学的量和单位;

GB 3102.10 核反应和电离辐射的量和单位;

GB 3102.11 物理科学和技术中使用的数学符号;

GB 3102.12 特征数;

GB 3102.13 固体物理学的量和单位。

上述国家标准贯彻了《中华人民共和国计量法》、《中华人民共和国标准化法》、国务院于 1984 年 2 月 27 日公布的《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》和《中华人民共和国法定计量单位》。

本标准特殊说明:

变量(例如 x,y 等)、变动附标(例如 $\Sigma_i x_i$ 中的 i)及函数(例如 f,g 等)用斜体字母表示。点 A、线段 AB 及弧 CD 用斜体字母表示。在特定场合中视为常数的参数(例如 a,b 等)也用斜体字母表示。

有定义的已知函数(例如 sin,exp,ln,Γ 等)用正体字母表示。其值不变的数学常数(例如 $\mathrm{e}=2.718\ 281\ 8\cdots$,$\pi=3.141\ 592\ 6\cdots$,$\mathrm{i}^2=-1$ 等)用正体字母表示。已定义的算子(例如 div,δx 中的 δ 及 $\mathrm{d}f/\mathrm{d}x$ 中的 d)也用正体字母表示。

数字表中数(例如 351 204,1.32,7/8)的表示用正体。

函数的自变量写在函数符号后的圆括号中,且函数符号与圆括号之间不留空隙,例如 $f(x)$,$\cos(\omega t+\varphi)$。如果函数的符号由两个或更多的字母组成且自变量不含+,−,×,· 或 / 等运算时,括于自变量的圆括号可以省略,这时在函数与自变量符号之间应留一空隙,例如 ent 2.4,$\sin n\pi$,$\mathrm{arcosh}\ 2A$,

国家技术监督局1993-12-27批准 1994-07-01实施

Ei x。

为了避免混淆，常采用圆括号。例如不应将 $\cos(x)+y$ 或 $(\cos x)+y$ 写成 $\cos x+y$，因为后者可能被误解为 $\cos(x+y)$。

当一个表示式或方程式需断开、用两行或多行来表示时，最好在紧靠其中符号＝，＋，－，±，∓，×，·或/后断开，而在下一行开头不应重复这一符号。

用来表示某确定物理量的标量、矢量和张量与坐标系的选择无关，尽管矢量或张量的分量与坐标系的选择有关。

对“矢量 $\boldsymbol{a}$ 的分量”即 a_x, a_y 和 a_z 与“$\boldsymbol{a}$ 的分矢量”即 $a_x\boldsymbol{e}_x, a_y\boldsymbol{e}_y$ 和 $a_z\boldsymbol{e}_z$ 加以区别是重要的。

径矢量的笛卡儿分量等同于径矢量端点的笛卡儿坐标。

物理量中的矢量可写成数值矢量与单位相乘的形式，

例：

$$\boldsymbol{F}=(\overbrace{\underset{\text{数值}}{3}\ \underset{\text{单位}}{\mathrm{N}}}^{\text{分量 }F_x},-2\ \mathrm{N},5\ \mathrm{N})=\overbrace{(3,-2,5)}^{\text{数值矢量}}\ \underset{\text{单位}}{\mathrm{N}}$$

这里的单位N为标量，同样的办法也适用于二阶和高阶张量。

本标准的主要内容以表格形式列出。

如果在表格的同一项号中所给出的数学符号或表示式多于一个时，它们应是等同的。但在列出的顺序中，总是将常用的数学符号、相应的名称或表示式靠前列出。

在本表格备注一栏中给出的是符号的使用说明和应用示例。

在本标准中，将国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位　第十一部分：物理科学和技术中使用的数学标志与符号》称为[1]，将原国家标准 GB 789—65《数学符号(试行草案)》称为[2]。

1　主题内容与适用范围

本标准规定了物理科学和技术中使用的数学符号的含义、读法和应用。

本标准规定物理科学、工程技术和有关的教学中一般常用的数学符号；过于专门的数学符号未列入。

2　物理科学和技术中使用的数学符号表

2.1 几何符号[1]

项号	符号	意义或读法	备注及示例
11-1.1	$\overline{AB}$, AB	[直][2]线段 AB the line segment AB	用 $\lvert AB \rvert$, AB 或小写的拉丁字母表示该直线段的长。 矢量的表示参阅 11-12.1
11-1.2	$\angle$	[平面]角 plane angle	参阅 GB 3102.1 的 1-1 及 1-1.a ～1-1.d
11-1.3	$\overset{\frown}{AB}$	弧 AB the arc AB	当 $\overset{\frown}{AB}$ 为圆弧时，可用 $\overset{\frown\circ}{AB}$ 表示圆弧 AB [对应]的度数
11-1.4	π	圆周率 ratio of the circumference of a circle to its diameter	圆周长与直径的比， $\pi=3.141\ 592\ 6\cdots$
11-1.5	$\triangle$	三角形 triangle	
11-1.6	▱	平行四边形 parallelogram	
11-1.7	⊙	圆 circle	
11-1.8	$\perp$	垂直 is perpendicular to	
11-1.9	//, ∥	平行 is parallel to	$\underline{\parallel}$ 用于表示平行且相等
11-1.10	$\backsim$	相似 is similar to	
11-1.11	$\cong$	全等 is congruent to	

1） 几何符号取材于[2]。

2） 行文中方括号内的文字表示可以略去或不读，下同。

2.2 集合论符号

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.1	$\in$	$x \in A$	x 属于 A；x 是集合 A 的一个元[素] x belongs to A; x is an element of the set A	集合 A 可简称为集 A
11-2.2	$\notin$	$y \notin A$	y 不属于 A；y 不是集合 A 的一个元[素] y does not belong to A; y is not an element of the set A	也可用$\not\varepsilon$或$\bar{\in}$
11-2.3	$\ni$	$A \ni x$	集 A 包含[元]x the set A contains x(as element)	
11-2.4	$\not\ni$	$A \not\ni y$	集 A 不包含[元]y the set A does not contain y (as element)	也可用$\not\ni$或$\bar{\ni}$
11-2.5	$\{,\cdots,\}$	$\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$	诸元素 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 构成的集 set with elements $x_1, x_2, \cdots, x_n$	也可用$\{x_i, i \in I\}$，这里的 I 表示指标集
11-2.6	$\{\mid\}$	$\{x \in A \mid p(x)\}$	使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元[素]之集 set of those elements of A for which the proposition $p(x)$ is true	例：$\{x \in R \mid x \leqslant 5\}$，如果从前后关系来看，集 A 已很明确，则可使用$\{x \mid p(x)\}$来表示，例如：$\{x \mid x \leqslant 5\}$ $\{x \in A \mid p(x)\}$有时也可写成$\{x \in A : p(x)\}$或$\{x \in A ; p(x)\}$
11-2.7	card	card(A)	A 中诸元素的数目； A 的势(或基数) number of elements in A; cardinal of A	
11-2.8	$\varnothing$		空集 the empty set	

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.9	$\mathbb{N}$,**N**		非负整数集;自然数集 the set of positive integers and zero; the set of natural numbers	$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,\cdots\}$ 自 11-2.9 至 11-2.13 集内排除 0 的集,应上标星号或下标+号,例如 $\mathbb{N}^*$ 或 $\mathbb{N}_+$; $\mathbb{N}_k=\{0,1,\cdots,k-1\}$
11-2.10	$\mathbb{Z}$,**Z**		整数集 the set of integers	$\mathbb{Z}=\{\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots\}$ 参阅 11-2.9 的备注
11-2.11	$\mathbb{Q}$,**Q**		有理数集 the set of rational numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.12	$\mathbb{R}$,**R**		实数集 the set of real numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.13	$\mathbb{C}$,**C**		复数集 the set of complex numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.14	[,]	$[a,b]$	$\mathbb{R}$中由 a 到 b 的闭区间 closed interval in $\mathbb{R}$ from a (included) to b (included)	$[a,b]=\{x\in\mathbb{R}\mid a\leqslant x\leqslant b\}$
11-2.15	],] (,]	$]a,b]$ $(a,b]$	$\mathbb{R}$中由 a 到 b(含于内)的左半开区间 left half-open interval in $\mathbb{R}$ from a (excluded) to b (included)	$]a,b]=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x\leqslant b\}$
11-2.16	[,[[,)	$[a,b[$ $[a,b)$	$\mathbb{R}$中由 a(含于内)到 b 的右半开区间 right half-open interval in $\mathbb{R}$ from a (included) to b (excluded)	$[a,b[=\{x\in\mathbb{R}\mid a\leqslant x<b\}$
11-2.17	],[	$]a,b[$ (a,b)	$\mathbb{R}$中由 a 到 b 的开区间 open interval in $\mathbb{R}$ from a (excluded) to b (excluded)	$]a,b[=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.18	$\subseteq$	$B \subseteq A$	B 含于 A；B 是 A 的子集 B is included in A； B is a subset of A	B 的每一元均属于 A，也可以用 $\subset$
11-2.19	$\subsetneqq$	$B \subsetneqq A$	B 真包含于 A；B 是 A 的真子集 B is properly included in A； B is a proper subset of A	B 的每一元均属于 A，但 B 不等于 A
11-2.20	$\not\subseteq$	$C \not\subseteq A$	C 不包含于 A；C 不是 A 的子集 C is not included in A； C is not a subset of A	也可用 $\not\subset$
11-2.21	$\supseteq$	$A \supseteq B$	A 包含 B[作为子集] A includes B (as subset)	A 包含了 B 的每一元，也可用 $\supset$。 $A \supseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 的含义相同
11-2.22	$\supsetneqq$	$A \supsetneqq B$	A 真包含 B A includes B properly	A 包含了 B 的每一元，但 A 不等于 B。 $A \supsetneqq B$ 与 $B \subsetneqq A$ 的含义相同
11-2.23	$\not\supseteq$	$A \not\supseteq C$	A 不包含 C[作为子集] A does not include C (as subset)	也可用 $\not\supset$ 。 $A \not\supseteq C$ 与 $C \not\subseteq A$ 的含义相同
11-2.24	$\cup$	$A \cup B$	A 与 B 的并集 union of A and B	属于 A 或属于 B 或属于两者的所有元的集。 $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$ 参阅 11-3.2
11-2.25	$\bigcup$	$\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$	诸集 $A_1, \cdots, A_n$ 的并集 union of a collection of sets $A_1, \cdots, A_n$	$\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ 至少属于诸集 $A_1, \cdots, A_n$ 之一的所有元的集。 也可用 $\bigcup_{i=1}^{n}$，$\bigcup\limits_{i \in I}$ 与 $\bigcup_{i \in I}$，其中 I 表示指标集

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.26	$\cap$	$A \cap B$	A 与 B 的交集 intersection of A and B	所有既属于 A 又属于 B 的元的集。 $A \cap B=\{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$ 参阅 11-3.1
11-2.27	$\bigcap$	$\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$	诸集 $A_1,\cdots,A_n$ 的交集 intersection of a collection of sets $A_1,\cdots,A_n$	$\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$ 共属于诸集 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的所有元的集。 也可用 $\bigcap_{i=1}^{n}$，$\bigcap\limits_{i \in I}$ 与 $\bigcap_{i \in I}$，其中 I 表示指标集
11-2.28	$\setminus$	$A \setminus B$	A 与 B 之差；A 减 B difference of A and B; A minus B	所有属于 A 但不属于 B 的元的集。 $A \setminus B=\{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ 不用 $A-B$
11-2.29	$\complement$	$\complement_A B$	A 中子集 B 的补集或余集 complement of subset B of A	A 中不属于子集 B 的所有元的集。 $\complement_A B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ 如果行文中集 A 已很明确，则常可省去符号 A。 也可写成 $\complement_A B=A \setminus B$
11-2.30	$(,)$	(a,b)	有序偶 a,b；偶 a,b ordered pair a,b; couple a,b	$(a,b) = (c,d)$ 当且仅当 $a=c$ 及 $b=d$ 不与其他符号混淆时，也可用 $\langle a,b \rangle$
11-2.31	$(,\cdots,)$	$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$	有序 n 元组 ordered n-tuplet	也可用 $\langle a_1,a_2,\cdots,a_n \rangle$
11-2.32	$\times$	$A \times B$	A 与 B 的笛卡儿积 cartesian product of A and B	所有由 $a \in A$ 与 $b \in B$ 作成的有序偶 (a,b) 的集。 $A \times B=\{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$ $A \times A \times \cdots \times A$ 记成 A^n，其中 n 为乘积中的因子数

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.33	Δ	Δ_A	$A \times A$ 中点对(x,x)的集，其中 $x \in A$；$A \times A$ 的对角集 set of pairs (x,x) of $A \times A$, where $x \in A$; diagonal of the set $A \times A$	$\Delta_A = \{(x,x) \mid x \in A\}$ 也可用 id_A

2.3 数理逻辑符号

项号	符号	应用	符号名称	意义、读法及备注
11-3.1	$\wedge$	$p \wedge q$	合取符号 conjunction sign	p 和 q
11-3.2	$\vee$	$p \vee q$	析取符号 disjunction sign	p 或 q
11-3.3	$\neg$	$\neg p$	否定符号 negation sign	p 的否定；不是 p；非 p
11-3.4	$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	推断符号 implication sign	若 p 则 q；p 蕴含 q 也可写为 $q \Leftarrow p$ 有时也用$\rightarrow$
11-3.5	$\Leftrightarrow$	$p \Leftrightarrow q$	等价符号 equivalence sign	$p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$；p 等价于 q 有时也用$\leftrightarrow$
11-3.6	$\forall$	$\forall x \in A \quad p(x)$ $(\forall x \in A) \quad p(x)$	全称量词 universal quantifier	命题 $p(x)$对于每一个属于 A 的 x 为真。 当考虑的集合 A 从上下文看很明白时，可用记号$\forall x \quad p(x)$
11-3.7	$\exists$	$\exists x \in A \quad p(x)$ $(\exists x \in A) \quad p(x)$	存在量词 existential quantifier	存在 A 中的元 x 使 $p(x)$为真。 当考虑的集合 A 从上下文看很明白时，可用记号$\exists x \quad p(x)$。 $\exists!$ 或$\overset{1}{\exists}$ 用来表示存在一个且只有一个元素使 $p(x)$为真

2.4 杂类符号

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-4.1	$=$	$a=b$	a 等于 b a is equal to b	≡用来强调这一等式是数学上的恒等[式]
11-4.2	$\neq$	$a\neq b$	a 不等于 b a is not equal to b	
11-4.3	$\stackrel{\text{def}}{=}$	$a\stackrel{\text{def}}{=}b$	按定义 a 等于 b 或 a 以 b 为定义 a is definition equal to b	例：$p\stackrel{\text{def}}{=}mv$ 式中 p 为动量，m 为质量，v 为速度 也可用$\stackrel{\text{d}}{=}$
11-4.4	$\triangleq$	$a\triangleq b$	a 相当于 b a corresponds to b	例如在地图上当 1 cm 相当于 10 km 长时，可写成 1 cm≙10 km
11-4.5	$\approx$	$a\approx b$	a 约等于 b a is approximately equal to b	符号≃被用于“渐近等于”；参阅 11-6.11
11-4.6	$\propto$	$a\propto b$	a 与 b 成正比 a is proportional to b	在[1]中也用～
11-4.7	$:$	$a:b$	a 比 b ratio of a to b	选自[2]
11-4.8	$<$	$a<b$	a 小于 b a is less than b	
11-4.9	$>$	$b>a$	b 大于 a b is greater than a	
11-4.10	$\leqslant$	$a\leqslant b$	a 小于或等于 b a is less than or equal to b	不用≦
11-4.11	$\geqslant$	$b\geqslant a$	b 大于或等于 a b is greater than or equal to a	不用≧
11-4.12	$\ll$	$a\ll b$	a 远小于 b a is much less than b	
11-4.13	$\gg$	$b\gg a$	b 远大于 a b is much greater than a	

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-4.14	∞		无穷[大]或无限[大] infinity	
11-4.15	～	$a\sim b$	数字范围 the range of numbers	这里的 a 和 b 为不同的实数，例如 5～10 表示由 5 至 10。 选自[2]
11-4.16	.	13.59	小数点 decimal point	整数和小数之间用处于下方位置的小数点“.”分开。 参阅 GB 3101 的 3.3.2
11-4.17	$\dot{}\ \dot{}$	$3.12\dot{3}\,8\dot{2}$	循环小数 circulator	即：3.123 823 82…
11-4.18	%	5%～10%	百分率 percent	～前的%不应省略
11-4.19	(　)		圆括号 parentheses	
11-4.20	[　]		方括号 square brackets	
11-4.21	{　}		花括号 braces	
11-4.22	〈　〉		角括号 angle brackets	
11-4.23	$\pm$		正或负 positive or negative	
11-4.24	$\mp$		负或正 negative or positive	
11-4.25	max		最大 maximum	
11-4.26	min		最小 minimum	

2.5 运算符号

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-5.1	$a+b$	a 加 b a plus b	
11-5.2	$a-b$	a 减 b a minus b	
11-5.3	$a \pm b$	a 加或减 b a plus or minus b	
11-5.4	$a \mp b$	a 减或加 b a minus or plus b	$-(a \pm b)=-a \mp b$
11-5.5	$ab, a \cdot b, a \times b$	a 乘以 b a multiplied by b	参阅 11-2.32,11-12.6 及 11-12.7。 数的乘号用叉(×)或上下居中的圆点(·)。如出现小数点符号时,数的相乘只能用叉。 参阅GB 3101的3.1.3和3.3.3
11-5.6	$\frac{a}{b}, a/b, ab^{-1}$	a 除以 b 或 a 被 b 除 a divided by b	参阅 GB 3101 的 3.1.3
11-5.7	$\sum\limits_{i=1}^{n} a_i$	$a_1+a_2+\cdots+a_n$	也可记为 $\sum_{i=1}^{n} a_i, \sum\limits_{i} a_i, \sum_{i} a_i, \sum a_i$ $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$
11-5.8	$\prod\limits_{i=1}^{n} a_i$	$a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$	也可记为 $\prod_{i=1}^{n} a_i, \prod\limits_{i} a_i, \prod_{i} a_i, \prod a_i$ $\prod\limits_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n \cdot \cdots$
11-5.9	a^p	a 的 p 次方或 a 的 p 次幂 a to the power p	
11-5.10	$a^{1/2}, a^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{a}, \surd a$	a 的二分之一次方;a 的平方根 a to the power 1/2; square root of a	参阅 11-5.11

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-5.11	$a^{1/n}$,$a^{\frac{1}{n}}$, $\sqrt[n]{a}$,$\sqrt[n]{}a$	a 的 n 分之一次方;a 的 n 次方根 a to the power $1/n$; nth root of a	在使用符号 √或 $\sqrt[n]{}$时,为了避免混淆,应采用括号把被开方的复杂表示式括起来
11-5.12	$\|a\|$	a 的绝对值;a 的模 absolute value of a; modules of a	也可用 abs a
11-5.13	sgn a	a 的符号函数 signum a	对于实数 a: $\operatorname{sgn} a=\begin{cases}1 & 当\ a>0\\0 & 当\ a=0\\-1 & 当\ a<0\end{cases}$ 对于复数 a,参阅 11-9.7
11-5.14	$\bar{a}$,$\langle a\rangle$	a 的平均值 mean value of a	如果平均值的求法在文中不明了,则应指出其形成的方法。若 $\bar{a}$ 容易与 a 的复共轭混淆时,就用 $\langle a\rangle$
11-5.15	$n!$	n 的阶乘 factorial n	$n\geqslant 1$ 时, $n!=\prod_{k=1}^{n}k=1\times 2\times 3\times\cdots\times n$ $n=0$ 时, $n!=1$
11-5.16	$\begin{pmatrix}n\\p\end{pmatrix}$,$C_n^p$	二项式系数;组合数 binomial coefficient n,p	$\begin{pmatrix}n\\p\end{pmatrix}=\frac{n!}{p!(n-p)!}$
11-5.17	ent a,E(a)	小于或等于 a 的最大整数;示性 a the greatest integer less than or equal to a; characteristic of a	例:ent 2.4=2 ent(−2.4)=−3 有时也用[a]

2.6 函数符号

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.1	f	函数 f function f	也可以表示为 $x \mapsto f(x)$
11-6.2	$f(x)$ $f(x,y,\cdots)$	函数 f 在 x 或在 $(x,y,\cdots)$ 的值 value of the function f at x or at $(x,y,\cdots)$ respectively	也表示以 $x,y,\cdots$ 为自变量的函数 f
11-6.3	$f(x)\|_a^b$ $[f(x)]_a^b$	$f(b)-f(a)$	这种表示法主要用于定积分计算
11-6.4	$g \circ f$	f 与 g 的合成函数或复合函数 the composite function of f and g	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
11-6.5	$x \to a$	x 趋于 a x tends to a	用 $x_n \to a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 的极限为 a
11-6.6	$\lim\limits_{x \to a} f(x)$ $\lim_{x \to a} f(x)$	x 趋于 a 时 $f(x)$ 的极限 limit of $f(x)$ as x tends to a	$\lim_{x \to a} f(x)=b$ 可以写为: $f(x) \to b$ 当 $x \to a$ 右极限及左极限可分别表示为: $\lim_{x \to a^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \to a^-} f(x)$
11-6.7	$\overline{\lim}$	上极限 superior limit	
11-6.8	$\underline{\lim}$	下极限 inferior limit	
11-6.9	sup	上确界 supremum	
11-6.10	inf	下确界 infimum	11-6.7 至 11-6.10 取材于[2]
11-6.11	$\simeq$	渐近等于 is asymptotically equal to	例: $\dfrac{1}{\sin(x-a)} \simeq \dfrac{1}{x-a}$ 当 $x \to a$

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.12	$O(g(x))$	$f(x)=O(g(x))$的含义为$\|f(x)/g(x)\|$在行文所述的极限中有上界 $\|f(x)/g(x)\|$ is bounded above in the limit implied by the context	当f/g与g/f都有界时,称f与g是同阶的
11-6.13	$o(g(x))$	$f(x)=o(g(x))$表示在行文所述的极限中$f(x)/g(x)\to 0$ $f(x)/g(x)\to 0$ in the limit implied by the context	
11-6.14	Δx	x的[有限]增量 (finite) increment of x	
11-6.15	$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ $\mathrm{d}f/\mathrm{d}x$ f'	单变量函数f的导[函]数或微商 derivative of the function f of one variable	也可用$\mathrm{D}f$。 即:$\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}$,$\mathrm{d}f(x)/\mathrm{d}x$,$f'(x)$,$\mathrm{D}f(x)$。 如自变量为时间$t$,也可用$\dot{f}$表示$\mathrm{d}f/\mathrm{d}t$
11-6.16	$\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)_{x=a}$ $(\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)_{x=a}$ $f'(a)$	函数f的导[函]数在a的值 value at a of the derivative of the function f	也可用$\left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right\|_{x=a}$或$\mathrm{D}f(a)$
11-6.17	$\frac{\mathrm{d}^n f}{\mathrm{d}x^n}$ $\mathrm{d}^n f/\mathrm{d}x^n$ $f^{(n)}$	单变量函数f的n阶导函数 nth derivative of the function f of one variable	也可用$\mathrm{D}^n f$。 当$n=2,3$时,也可用f'',f'''来代替$f^{(n)}$。如自变量是时间t,可用$\ddot{f}$来代替$\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}t^2}$
11-6.18	$\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f/\partial x$ $\partial_x f$	多变量$x,y,\cdots$的函数f对于x的偏微商或偏导数 partial derivative of the function f of several variables $x,y,\cdots$ with respect to x	即:$\frac{\partial f(x,y,\cdots)}{\partial x}$,$\partial f(x,y,\cdots)/\partial x$,$\partial_x f(x,y,\cdots)$。 也可用$f_x$或$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y\cdots}$ $\mathrm{D}_x=\frac{1}{\mathrm{i}}\partial_x$等常用于Fourier变换

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.19	$\frac{\partial^{m+n}f}{\partial x^n \partial y^m}$	函数 f 先对 y 求 m 次偏微商,再对 x 求 n 次偏微商;混合偏导数 nth partial derivative of the function $\partial^m f/\partial y^m$ of several variables $x,y,\cdots$ with respect to x; mixed partial derivative	
11-6.20	$\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$	u,v,w 对 x,y,z 的函数行列式 Jacobian;functional determinant of the functions u,v,w with respect to x,y,z	即:$\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix}$ 11-6.19 与 11-6.20 选自[2]
11-6.21	$\mathrm{d}f$	函数 f 的全微分 total differential of the function f	$\mathrm{d}f(x,y,\cdots)=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y+\cdots$
11-6.22	δf	函数 f 的(无穷小)变分 (infinitesimal) variation of the function f	
11-6.23	$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	函数 f 的不定积分 an indefinite integral of the function f	
11-6.24	$\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	函数 f 由 a 至 b 的定积分 definite integral of the function f from a to b	
11-6.25	$\iint\limits_A f(x,y)\,\mathrm{d}A$	函数 $f(x,y)$ 在集合 A 上的二重积分 the double integral of function $f(x,y)$ over set A	选自[2]。 $\int_C$, $\int_S$, $\int_V$, $\oint$ 分别用于沿曲线 C,沿曲面 S,沿体积 V 以及沿闭曲线或闭曲面的积分

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.26	δ_{ik}	克罗内克 δ 符号 Kronecker delta symbol	$\delta_{ik}=\begin{cases}1 & 当\ i=k\\0 & 当\ i\neq k\end{cases}$ 式中 i 与 k 均为整数
11-6.27	ε_{ijk}	勒维-契维塔符号 Levi-Civita symbol	$\varepsilon_{ijk}=$ $\begin{cases}1 & 若\ ijk\ 为\ 1,2,3\ 的偶排列\\-1 & 若\ ijk\ 为\ 1,2,3\ 的奇排列\\0 & 若\ ijk\ 为\ 1,2,3\ 的真重复排列\end{cases}$
11-6.28	$\delta(x)$	狄拉克 δ 分布[函数] Dirac delta distribution (function)	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x)\mathrm{d}x=f(0)$
11-6.29	$\varepsilon(x)$	单位阶跃函数;海维赛函数 unit step function; Heaviside function	$\varepsilon(x)=\begin{cases}1 & 当\ x>0\\0 & 当\ x<0\end{cases}$ 也可用 $\mathrm{H}(x)$ $\vartheta(t)$用于时间的单位阶跃函数
11-6.30	$f*g$	f 与 g 的卷积 convolution of f and g	$(f*g)(x)=$ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(y)g(x-y)\mathrm{d}y$

2.7 指数函数和对数函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-7.1	a^x	x 的指数函数(以 a 为底) exponential function (to the base a) of x	比较 11-5.9
11-7.2	e	自然对数的底 base of natural logarithms	$\mathrm{e}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=2.718\ 281\ 8\cdots$
11-7.3	e^x, $\exp x$	x 的指数函数(以 e 为底) exponential function (to the base e) of x	在同一场合中,只用其中一种符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-7.4	$\log_a x$	以 a 为底的 x 的对数 logarithm to the base a of x	当底数不必指出时,常用 $\log x$ 表示
11-7.5	$\ln x$	$\ln x=\log_e x$ x 的自然对数 natural logarithm of x	$\log x$ 不能用来代替 $\ln x$,$\lg x$,$\mathrm{lb}\ x$或 $\log_e x$,$\log_{10} x$,$\log_2 x$
11-7.6	$\lg x$	$\lg x=\log_{10} x$ x 的常用对数 common (decimal) logarithm of x	参阅 11-7.5 的备注
11-7.7	$\mathrm{lb}\ x$	$\mathrm{lb}\ x = \log_2 x$ x 的以 2 为底的对数 binary logarithm of x	参阅 11-7.5 的备注

2.8 三角函数[1]和双曲函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.1	$\sin x$	x 的正弦 sine of x	
11-8.2	$\cos x$	x 的余弦 cosine of x	
11-8.3	$\tan x$	x 的正切 tangent of x	也可用 $\mathrm{tg}\ x$
11-8.4	$\cot x$	x 的余切 cotangent of x	$\cot x=1/\tan x$
11-8.5	$\sec x$	x 的正割 secant of x	$\sec x=1/\cos x$
11-8.6	$\csc x$	x 的余割 cosecant of x	也可用 $\mathrm{cosec}\ x$ $\csc x=1/\sin x$

1) 在[1]中称为圆函数。

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.7	$\sin^m x$	sin x 的 m 次方 sin x to the power m	选自[2]。 其他三角函数和双曲函数的 m 次方的表示法类似
11-8.8	arcsin x	x 的反正弦 arc sine of x	$y=\arcsin x \Leftrightarrow x=\sin y$, $-\pi/2 \leqslant y \leqslant \pi/2$ 反正弦函数是正弦函数在上述限制下的反函数
11-8.9	arccos x	x 的反余弦 arc cosine of x	$y=\arccos x \Leftrightarrow x=\cos y$, $0 \leqslant y \leqslant \pi$ 反余弦函数是余弦函数在上述限制下的反函数
11-8.10	arctan x	x 的反正切 arc tangent of x	也可用 arctg x。 $y=\arctan x \Leftrightarrow x=\tan y$, $-\pi/2 < y < \pi/2$ 反正切函数是正切函数在上述限制下的反函数
11-8.11	arccot x	x 的反余切 arc cotangent of x	$y=\operatorname{arccot} x \Leftrightarrow x=\cot y$, $0 < y < \pi$ 反余切函数是余切函数在上述限制下的反函数
11-8.12	arcsec x	x 的反正割 arc secant of x	$y=\operatorname{arcsec} x \Leftrightarrow x=\sec y$, $0 \leqslant y \leqslant \pi, y \neq \pi/2$ 反正割函数是正割函数在上述限制下的反函数
11-8.13	arccsc x	x 的反余割 arc cosecant of x	也可用 arccosec x。 $y=\operatorname{arccsc} x \Leftrightarrow x=\csc y$, $-\pi/2 \leqslant y \leqslant \pi/2, y \neq 0$ 反余割函数是余割函数在上述限制下的反函数。 对于 11-8.8 至 11-8.13 各项不采用 $\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$ 等符号,因为可能被误解为 $(\sin x)^{-1}$, $(\cos x)^{-1}$ 等

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.14	sinh x	x 的双曲正弦 hyperbolic sine of x	也可用 sh x
11-8.15	cosh x	x 的双曲余弦 hyperbolic cosine of x	也可用 ch x
11-8.16	tanh x	x 的双曲正切 hyperbolic tangent of x	也可用 th x
11-8.17	coth x	x 的双曲余切 hyperbolic cotangent of x	coth x=1/tanh x
11-8.18	sech x	x 的双曲正割 hyperbolic secant of x	sech x=1/cosh x
11-8.19	csch x	x 的双曲余割 hyperbolic cosecant of x	也可用 cosech x。 csch x=1/sinh x
11-8.20	arsinh x	x 的反双曲正弦 inverse hyperbolic sine of x	也可用 arsh x。 y=arsinh $x \Leftrightarrow x$=sinh y 反双曲正弦函数是双曲正弦函数的反函数
11-8.21	arcosh x	x 的反双曲余弦 inverse hyperbolic cosine of x	也可用 arch x。 y=arcosh $x \Leftrightarrow x$=cosh y, $y \geqslant 0$ 反双曲余弦函数是双曲余弦函数在上述限制下的反函数
11-8.22	artanh x	x 的反双曲正切 inverse hyperbolic tangent of x	也可用 arth x。 y=artanh $x \Leftrightarrow x$=tanh y 反双曲正切函数是双曲正切函数的反函数
11-8.23	arcoth x	x 的反双曲余切 inverse hyperbolic cotangent of x	y=arcoth $x \Leftrightarrow x$=coth y, $y \neq 0$ 反双曲余切函数是双曲余切函数在上述限制下的反函数

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.24	arsech x	x 的反双曲正割 inverse hyperbolic secant of x	$y=\text{arsech}\ x \Leftrightarrow x=\text{sech}\ y$, $y\geqslant 0$ 反双曲正割函数是双曲正割函数在上述限制下的反函数
11-8.25	arcsch x	x 的反双曲余割 inverse hyperbolic cosecant of x	也可用 arcosech x。 $y=\text{arcsch}\ x \Leftrightarrow x=\text{csch}\ y$, $y\neq 0$ 反双曲余割函数是双曲余割函数在上述限制下的反函数。 对于反双曲函数,不应使用 $\sinh^{-1} x$, $\cosh^{-1} x$ 等符号,因为可能被误解为 $(\sinh\ x)^{-1}$, $(\cosh\ x)^{-1}$等

2.9 复数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-9.1	i,j	虚数单位,$i^2=-1$ imaginary unit	在电工技术中常用 j,参阅 GB 3102.5的 5-44.1 的备注
11-9.2	Re z	z 的实部 real part of z	
11-9.3	Im z	z 的虚部 imaginary part of z	$z=x+iy$ 其中 $x=\text{Re}\ z, y=\text{Im}\ z$
11-9.4	$\|z\|$	z 的绝对值;z 的模 absolute value of z; modulus of z	也可用 mod z
11-9.5	arg z	z 的辐角;z 的相 argument of z; phase of z	$z=re^{i\varphi}$ 其中 $r=\|z\|, \varphi=\arg z$, 即 $\text{Re}\ z=r\cos\varphi, \text{Im}\ z=r\sin\varphi$
11-9.6	z^*	z 的[复]共轭 (complex) conjugate of z	有时用 $\bar{z}$ 代替 z^*
11-9.7	sgn z	z 的单位模函数 signum z	当 $z\neq 0$ 时,$\text{sgn}\ z=z/\|z\|=\exp(i\arg z)$; 当 $z=0$ 时,$\text{sgn}\ z=0$

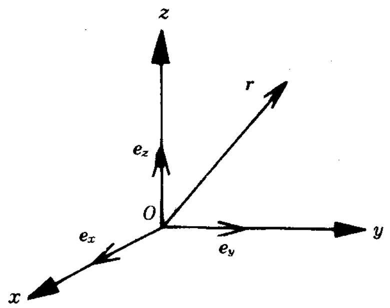
2.10 矩阵符号

项号	符号，表达式	意义或读法	备注及示例
11-10.1	$\boldsymbol{A}$ $\begin{pmatrix} A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \quad \vdots \\ A_{m1} \cdots A_{mn} \end{pmatrix}$	$m \times n$ 型的矩阵 $\boldsymbol{A}$ matrix $\boldsymbol{A}$ of type m by n	也可用 $\boldsymbol{A}=(A_{ij})$，A_{ij} 是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的元素；m 为行数，n 为列数。当 $m=n$ 时，$\boldsymbol{A}$ 称为[正]方阵。矩阵元可用小写字母表示。 也可用方括号代替矩阵表示中的圆括号
11-10.2	$\boldsymbol{AB}$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的积 product of matrices $\boldsymbol{A}$ and $\boldsymbol{B}$	$(\boldsymbol{AB})_{ik}=\sum_j A_{ij}B_{jk}$ 式中 $\boldsymbol{A}$ 的列数必须等于 $\boldsymbol{B}$ 的行数
11-10.3	$\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{I}$	单位矩阵 unit matrix	方阵的元素 $E_{ik}=\delta_{ik}$，参阅 11-6.26
11-10.4	$\boldsymbol{A}^{-1}$	方阵 $\boldsymbol{A}$ 的逆 inverse of the square matrix $\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{AA}^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{E}$
11-10.5	$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$，$\widetilde{\boldsymbol{A}}$	$\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵 transpose matrix of $\boldsymbol{A}$	$(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})_{ik}=A_{ki}$ 也可用 A'
11-10.6	$\boldsymbol{A}^{*}$	$\boldsymbol{A}$ 的复共轭矩阵 complex conjugate matrix of $\boldsymbol{A}$	$(\boldsymbol{A}^{*})_{ik}=(A_{ik})^{*}=A_{ik}^{*}$ 在数学中也常用 $\overline{\boldsymbol{A}}$
11-10.7	$\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{A}^{\dagger}$	$\boldsymbol{A}$ 的厄米特共轭矩阵 Hermitian conjugate matrix of $\boldsymbol{A}$	$(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}})_{ik}=(A_{ki})^{*}=A_{ki}^{*}$ 在数学中也常用 $\boldsymbol{A}^{*}$
11-10.8	$\det \boldsymbol{A}$ $\begin{vmatrix} A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \quad \vdots \\ A_{n1} \cdots A_{nn} \end{vmatrix}$	方阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式 determinant of the square matrix $\boldsymbol{A}$	
11-10.9	$\mathrm{tr}\, \boldsymbol{A}$	方阵 $\boldsymbol{A}$ 的迹 trace of the square matrix $\boldsymbol{A}$	$\mathrm{tr}\, \boldsymbol{A}=\sum_i A_{ii}$
11-10.10	$\Vert \boldsymbol{A} \Vert$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的范数 norm of the matrix $\boldsymbol{A}$	矩阵的范数有各种定义，例如范数 $\Vert \boldsymbol{A} \Vert=(\mathrm{tr}(\boldsymbol{AA}^{\mathrm{H}}))^{1/2}$

2.11 坐标系符号

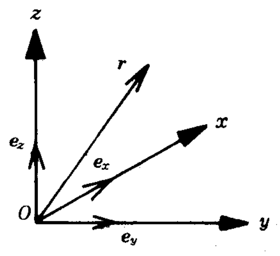
项号	坐标	径矢量及其微分	坐标系名称	备　注
11-11.1	x,y,z	$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$, $\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\mathrm{d}x\,\boldsymbol{e}_x+\mathrm{d}y\,\boldsymbol{e}_y+\mathrm{d}z\,\boldsymbol{e}_z$	笛卡儿坐标 cartesian coordinates	$\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y$ 与 $\boldsymbol{e}_z$ 组成一标准正交右手系，见图 1
11-11.2	ρ,φ,z	$\boldsymbol{r}=\rho\boldsymbol{e}_\rho(\varphi)+z\boldsymbol{e}_z$, $\mathrm{d}\boldsymbol{r}=$ $\mathrm{d}\rho\,\boldsymbol{e}_\rho(\varphi)+\rho\,\mathrm{d}\varphi\,\boldsymbol{e}_\varphi(\varphi)+\mathrm{d}z\,\boldsymbol{e}_z$	圆柱坐标 cylindrical coordinates	$\boldsymbol{e}_\rho,\boldsymbol{e}_\varphi$ 与 $\boldsymbol{e}_z$ 组成一标准正交右手系，见图 3 和图 4。 若 $z=0$，则 ρ 与 φ 成为极坐标
11-11.3	r,θ,φ	$\boldsymbol{r}=r\boldsymbol{e}_r(\theta,\varphi)$, $\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\mathrm{d}r\,\boldsymbol{e}_r(\theta,\varphi)+$ $r\,\mathrm{d}\theta\,\boldsymbol{e}_\theta(\theta,\varphi)+r\sin\theta\,\mathrm{d}\varphi\,\boldsymbol{e}_\varphi(\varphi)$	球坐标 spherical coordinates	$\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\theta$ 与 $\boldsymbol{e}_\varphi$ 组成一标准正交右手系，见图 3 和图 5

注：如果为了某些目的，例外地使用左手坐标系（见图 2）时，必须明确地说出，以免引起符号错误



x 轴方向朝外

图 1　右手笛卡儿坐标系



x 轴方向朝里

图 2　左手笛卡儿坐标系

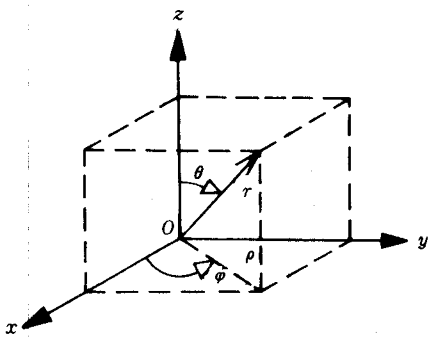


图 3　$Oxyz$ 是右手坐标系

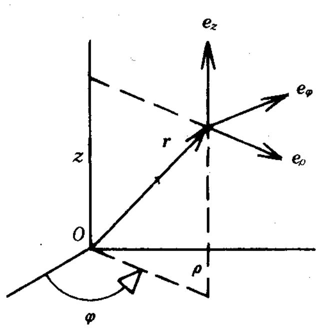


图 4　右手柱坐标

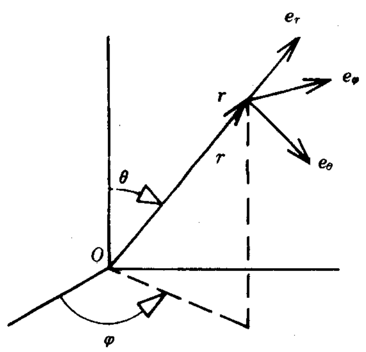


图 5　右手球坐标

2.12 矢量和张量符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12.1	$\boldsymbol{a}$ $\vec{a}$	矢量或向量 $\boldsymbol{a}$ vector $\boldsymbol{a}$	这里,笛卡儿坐标用 x,y,z 或 x_1,x_2,x_3 表示,在后一种情况,指标 i,j,k,l 从 1 到 3 取值,并采用下面的求和约定:如果在一项中某个指标出现两次,则表示该指标对 1,2,3 求和。 印刷用黑体 $\boldsymbol{a}$,书写用 $\vec{a}$
11-12.2	a $\|\boldsymbol{a}\|$	矢量 $\boldsymbol{a}$ 的模或长度 magnitude of vector $\boldsymbol{a}$	也可用 $\\|\boldsymbol{a}\\|$
11-12.3	$\boldsymbol{e}_a$	$\boldsymbol{a}$ 方向的单位矢量 unit vector in the direction of $\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{e}_a=\boldsymbol{a}/\|\boldsymbol{a}\|$ $\boldsymbol{a}=a\boldsymbol{e}_a$
11-12.4	$\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z$ $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ $\boldsymbol{e}_i$	在笛卡儿坐标轴方向的单位矢量 unit vectors in the directions of the cartesian coordinate axes	
11-12.5	a_x,a_y,a_z a_i	矢量 $\boldsymbol{a}$ 的笛卡儿分量 cartesian components of vector $\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{e}_x+a_y\boldsymbol{e}_y+a_z\boldsymbol{e}_z=(a_x,a_y,a_z)$, $a_x\boldsymbol{e}_x$ 等为分矢量。 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$ 为径矢
11-12.6	$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的标量积或数量积 scalar product of $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_ib_i=\sum_i a_ib_i$(参阅 11-12.1 的备注)。 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2=\|\boldsymbol{a}\|^2=a^2$ 在特殊场合,也可用$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$
11-12.7	$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的矢量积或向量积 vector product of $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$	在右手笛卡儿坐标系中,分量 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})_x=a_yb_z-a_zb_y$, 一般 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})_i=\sum_j\sum_k\varepsilon_{ijk}a_jb_k$ 对于 ε_{ijk},参阅 11-6.27

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12.8	∇ $\vec{\nabla}$	那勒勒算子或算符 nabla operator	也称矢量微分算子。 $\nabla=\boldsymbol{e}_x\frac{\partial}{\partial x}+\boldsymbol{e}_y\frac{\partial}{\partial y}+\boldsymbol{e}_z\frac{\partial}{\partial z}=\boldsymbol{e}_i\frac{\partial}{\partial x_i}$ 也可用$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}$
11-12.9	$\nabla\varphi$ **grad** φ	φ的梯度 gradient of φ	也可用 grad φ $\nabla\varphi=\boldsymbol{e}_i\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}$
11-12.10	$\nabla\cdot\boldsymbol{a}$ div $\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{a}$ 的散度 divergence of $\boldsymbol{a}$	$\nabla\cdot\boldsymbol{a}=\frac{\partial a_i}{\partial x_i}$
11-12.11	$\nabla\times\boldsymbol{a}$ **rot** $\boldsymbol{a}$ **curl** $\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{a}$ 的旋度 curl of $\boldsymbol{a}$	气象学上称为涡度。 也可用 rot $\boldsymbol{a}$，curl $\boldsymbol{a}$。 $(\nabla\times\boldsymbol{a})_x=\frac{\partial a_z}{\partial y}-\frac{\partial a_y}{\partial z}$， 一般$(\nabla\times\boldsymbol{a})_i=\sum_j\sum_k\varepsilon_{ijk}\frac{\partial a_k}{\partial x_j}$ 关于 ε_{ijk},参阅 11-6.27
11-12.12	∇^2 Δ	拉普拉斯算子 Laplacian	$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 若与 11-6.14 中有限增量的符号容易混淆时,就用∇^2
11-12.13	$\square$	达朗贝尔算子 Dalembertian	$\square=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c_2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 式中 c 为电磁波在真空中的传播速度,参阅 GB 3102.6 的 6-6
11-12.14	$\boldsymbol{T}$	二阶张量 $\boldsymbol{T}$ tensor $\boldsymbol{T}$ of the second order	也用 $\overset{=}{T}$
11-12.15	$T_{xx},T_{xy},\cdots,T_{zz}$ T_{ij}	张量 $\boldsymbol{T}$ 的笛卡儿分量 cartesian components of tensor $\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}=T_{xx}\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x+T_{xy}\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_y+\cdots$， $T_{xx}\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x$ 等为分张量

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12.16	$\boldsymbol{ab}$,$\boldsymbol{a}\otimes\boldsymbol{b}$	两矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的并矢积或张量积 dyadic product; tensor product of two vectors $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$	即具有分量 $(\boldsymbol{ab})_{ij}=a_ib_j$ 的二阶张量
11-12.17	$\boldsymbol{T}\otimes\boldsymbol{S}$	两个二阶张量 $\boldsymbol{T}$ 与 $\boldsymbol{S}$ 的张量积 tensor product of two tensors $\boldsymbol{T}$ and $\boldsymbol{S}$ of the second order	即具有分量 $(\boldsymbol{T}\otimes\boldsymbol{S})_{ijkl}=T_{ij}S_{kl}$ 的四阶张量
11-12.18	$\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{S}$	两个二阶张量 $\boldsymbol{T}$ 与 $\boldsymbol{S}$ 的内积 inner product of two tensors of second order $\boldsymbol{T}$ and $\boldsymbol{S}$	即具有分量 $(\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{S})_{ik}=\sum\limits_j T_{ij}S_{jk}$ 的二阶张量
11-12.19	$\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{a}$	二阶张量 $\boldsymbol{T}$ 与矢量 $\boldsymbol{a}$ 的内积 inner product of a tensor of second order $\boldsymbol{T}$ and a vector $\boldsymbol{a}$	即具有分量 $(\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{a})_i=\sum\limits_j T_{ij}a_j$ 的矢量
11-12.20	$\boldsymbol{T}:\boldsymbol{S}$	两个二阶张量 $\boldsymbol{T}$ 与 $\boldsymbol{S}$ 的标量积 scalar product of two tensors of second order $\boldsymbol{T}$ and $\boldsymbol{S}$	即标量 $\boldsymbol{T}:\boldsymbol{S}=\sum\limits_i\sum\limits_j T_{ij}S_{ji}$ 11-12.1 至 11-12.20 注:矢量和张量往往用其分量的通用符号表示,例如矢量用 a_i,二阶张量用 T_{ij},并矢积用 a_ib_j 等等,但这里指的都是张量的协变分量,张量还具有其他形式的分量,如逆变分量、混合分量等

2.13 特殊函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.1	$\mathrm{J}_l(x)$	[第一类]柱贝塞尔函数 cylindrical Bessel functions (of the first kind)	即方程 $x^2y'' + xy' + (x^2 - l^2)y = 0$ 的特解 $\mathrm{J}_l(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{l+2k}}{k!\Gamma(l+k+1)}$ $(l \geqslant 0)$ 关于 Γ,参阅 11-13.19
11-13.2	$\mathrm{N}_l(x)$	柱诺依曼函数;第二类柱贝塞尔函数 cylindrical Neumann functions; cylindrical Bessel functions of the second kind	$\mathrm{N}_l(x) = \lim_{k \to l} \frac{\mathrm{J}_k(x)\cos k\pi - \mathrm{J}_{-k}(x)}{\sin k\pi}$ 也记作 $\mathrm{Y}_l(x)$
11-13.3	$\mathrm{H}_l^{(1)}(x)$ $\mathrm{H}_l^{(2)}(x)$	柱汉开尔函数;第三类柱贝塞尔函数 cylindrical Hankel functions; cylindrical Bessel functions of the third kind	$\mathrm{H}_l^{(1)}(x) = \mathrm{J}_l(x) + \mathrm{i}\mathrm{N}_l(x)$, $\mathrm{H}_l^{(2)}(x) = \mathrm{J}_l(x) - \mathrm{i}\mathrm{N}_l(x)$
11-13.4	$\mathrm{I}_l(x)$ $\mathrm{K}_l(x)$	修正的柱贝塞尔函数 modified cylindrical Bessel functions	$x^2y'' + xy' - (x^2 + l^2)y = 0$ 的特解 $\mathrm{I}_l(x) = \mathrm{i}^{-l}J_l(\mathrm{i}x)$, $\mathrm{K}_l(x) = (\pi/2)\mathrm{i}^{l+1}(\mathrm{J}_l(\mathrm{i}x) + \mathrm{i}\mathrm{N}_l(\mathrm{i}x))$
11-13.5	$\mathrm{j}_l(x)$	[第一类]球贝塞尔函数 spherical Bessel functions (of the first kind)	$x^2y'' + 2xy' + [x^2 - l(l+1)]y = 0 \quad (l \geqslant 0)$ 的特解 $\mathrm{j}_l(x) = (\pi/2x)^{1/2}\mathrm{J}_{l+1/2}(x)$
11-13.6	$\mathrm{n}_l(x)$	球诺依曼函数;第二类球贝塞尔函数 spherical Neumann functions; spherical Bessel functions of the second kind	$\mathrm{n}_l(x) = (\pi/2x)^{1/2}\mathrm{N}_{l+1/2}(x)$ 也记作 $\mathrm{y}_l(x)$

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.7	$\mathrm{h}_l^{(1)}(x)$ $\mathrm{h}_l^{(2)}(x)$	球汉开尔函数;第三类球贝塞尔函数 spherical Hankel functions; spherical Bessel functions of the third kind	$\mathrm{h}_l^{(1)}(x)=\mathrm{j}_l(x)+\mathrm{i}n_l(x)=(\pi/2x)^{1/2}\mathrm{H}_{l+1/2}^{(1)}(x)$, $\mathrm{h}_l^{(2)}(x)=\mathrm{j}_l(x)-\mathrm{i}n_l(x)=(\pi/2x)^{1/2}\mathrm{H}_{l+1/2}^{(2)}(x)$ 修正的球贝塞尔函数分别写为 $\mathrm{i}_l(x)$ 与 $\mathrm{k}_l(x)$;比较 11-13.4
11-13.8	$\mathrm{P}_l(x)$	勒让德多项式 Legendre polynomials	$(1-x^2)y''-2xy'+l(l+1)y=0$ 的特解 $\mathrm{P}_l(x)=\frac{1}{2^l l!}\frac{\mathrm{d}^l}{\mathrm{d}x^l}(x^2-1)^l$ $(l\in\mathbb{N})$
11-13.9	$\mathrm{P}_l^m(x)$	关联勒让德函数 associated Legendre functions	$(1-x^2)y''-2xy'+[l(l+1)-\frac{m^2}{1-x^2}]y=0$ 的特解 $\mathrm{P}_l^m(x)=(1-x^2)^{m/2}\frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}x^m}\mathrm{P}_l(x)$ $(l,m\in\mathbb{N};m\leqslant l)$
11-13.10	$\mathrm{Y}_l^m(\theta,\varphi)$	球面调和函数,球谐函数 spherical harmonics	$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial y}{\partial\theta})+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 y}{\partial\varphi^2}+l(l+1)y=0$ 的特解 $\mathrm{Y}_l^m(\theta,\varphi)=(-1)^m\times\left[\frac{(2l+1)}{4\pi}\frac{(l-\|m\|)!}{(l+\|m\|)!}\right]^{1/2}\times\mathrm{P}_l^{\|m\|}(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\varphi}$ $(l,\|m\|\in\mathbb{N};\|m\|\leqslant l)$
11-13.11	$\mathrm{H}_n(x)$	厄米特多项式 Hermite polynomials	$y''-2xy'+2ny=0$ 的特解 $\mathrm{H}_n(x)=(-1)^n\mathrm{e}^{x^2}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}\mathrm{e}^{-x^2}$ $(n\in\mathbb{N})$
11-13.12	$\mathrm{L}_n(x)$	拉盖尔多项式 Laguerre polynomials	$xy''+(1-x)y'+ny=0$ 的特解 $\mathrm{L}_n(x)=\mathrm{e}^x\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}(x^n\mathrm{e}^{-x})$ $(n\in\mathbb{N})$

项号	符号，表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.13	$L_n^m(x)$	关联拉盖尔多项式 associated laguerre polynomials	$xy'' + (m+1-x)y' + (n-m)y = 0$ 的特解 $L_n^m(x) = \frac{d^m}{dx^m}L_n(x) \quad (m,n \in \mathbb{N}; m \leqslant n)$
11-13.14	$F(a,b;c;x)$	超几何函数 hypergeometric functions	$x(1-x)y'' + [c-(a+b+1)x]y' - aby = 0$ 的特解 $F(a,b;c;x) = 1 + \frac{ab}{c}x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{2!\,c(c+1)}x^2 + \cdots$
11-13.15	$F(a;c;x)$	合流超几何函数 confluent hypergeometric functions	$xy'' + (c-x)y' - ay = 0$ 的特解 $F(a;c;x) = 1 + \frac{a}{c}x + \frac{a(a+1)}{2!\,c(c+1)}x^2 + \cdots$
11-13.16	$F(k,\varphi)$	第一类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the first kind	$F(k,\varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}}$ $F(k) = F(k,\pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第一类完全椭圆积分
11-13.17	$E(k,\varphi)$	第二类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the second kind	$E(k,\varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{1-k^2\sin^2\theta}\,d\theta$ $E(k) = E(k,\pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第二类完全椭圆积分
11-13.18	$\Pi(k,n,\varphi)$	第三类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the third kind	$\Pi(k,n,\varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{(1+n\sin^2\theta)\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}}$ $\Pi(k,n,\pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第三类完全椭圆积分

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.19	$\Gamma(x)$	Γ(伽马)函数 gamma function	$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t \quad (x > 0)$ $\Gamma(n+1) = n! \quad (n \in \mathbb{N})$
11-13.20	$\mathrm{B}(x,y)$	B(贝塔)函数 beta function	$\mathrm{B}(x,y) = \int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1}\,\mathrm{d}t$ $(x,y \in \mathbb{R}; x > 0, y > 0)$ $\mathrm{B}(x,y) = \Gamma(x)\Gamma(y)/\Gamma(x+y)$
11-13.21	$\mathrm{Ei}\ x$	指数积分 exponential integral	$\mathrm{Ei}\ x = \int_x^\infty \frac{\mathrm{e}^{-t}}{t}\,\mathrm{d}t \quad (x \neq 0)$
11-13.22	$\mathrm{erf}\ x$	误差函数 error function	$\mathrm{erf}\ x = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$, $\mathrm{erf}(\infty) = 1$ $\mathrm{erfc}\ x = 1 - \mathrm{erf}\ x$ 称为余误差函数。 在统计学中,使用分布函数 $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^x \mathrm{e}^{-t^2/2}\,\mathrm{d}t$
11-13.23	$\zeta(x)$	黎曼(泽塔)函数 Riemann zeta function	$\zeta(x) = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \cdots$ $(x > 1)$

附加说明:

本标准由全国量和单位标准化技术委员会提出并归口。

本标准由全国量和单位标准化技术委员会第七分委员会负责起草。

本标准主要起草人李志深。